



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Otevřená síť partnerství na bázi aplikované fyziky
CZ.1.07/2.4.00/17.0014

Úvod do optiky tenkých vrstev

Jaromír Křepelka

Abstrakt. Cílem příspěvku je poskytnout úvodní informaci o optických vlastnostech soustav tenkých vrstev, aniž je pozornost věnována detailnímu matematickému rozboru. Přístup k jejich popisu vychází z řešení Helmholtzovy rovnice pro rovinné elektromagnetické vlny v po částech homogenním, avšak obecně anizotropním prostředí. Je objasněn fyzikální význam interferenční matice transformující tečné složky intenzity elektrického a magnetického pole jednou a více tenkými vrstvami, přenosové matice transformující tečné složky intenzity elektrického pole rozděleného na protiběžné vlny celou soustavou tenkých vrstev a matice transformující normálové složky Poyntingova vektoru. S jejich pomocí jsou definovány amplitudové a výkonové odrazivosti a propustnosti jakožto měřitelné makroskopické parametry závislé na vlnové délce, úhlu dopadu a polarizaci dopadajícího světla. Jsou diskutovány případy ideálních tenkých či tlustých vrstev nebo jejich kombinací a rovněž vrstev v částečně koherentním světle ležící mezi těmito dvěma fyzikálně ideálními případy. Užitím představy o prostorové symetrii je odvozen princip reverzibility platný pro tenké (absorbující nebo neabsorbující) vrstvy. Text na několika příkladech výsledků vesměs numerických výpočtů soustav tenkých vrstev, upotřebitelných samostatně nebo jako výchozí soustavy pro další návrhy, demonstruje jejich vlastnosti. Je uveden příklad odrazivosti prostého rozhraní, snížení odrazivosti podložky jednou, dvěma a třemi vrstvami ve srovnání s ideální soustavou s maximálně plochým průběhem odrazivosti v okolí centrální vlnové délky a příklad návrhu periodické soustavy tenkých vrstev s potlačenými bočními maximy odrazivosti.

1 Úvod

Přístupy k teoretickému řešení otázek spojených s interakcí elektromagnetického pole s látkou lze zhruba rozdělit do následujících skupin (v závorce jsou uvedeny oblasti jejich použití):

- paprsková nebo geometrická optika (optické zobrazovací soustavy),
- skalární vlnová teorie (optické svazky, Fourierova optika, koherentní optické systémy, holografie),
- vektorová vlnová teorie (polarizace a disperze světla, interference, vlnovody, optická vlákna),
- kvantová teorie (interakce optického záření s látkou, vznik a detekce světla, vlnové směšování, frekvenční konverze),
- Maxwellovy rovnice formulované v rámci obecné teorie relativity (šíření pole v zakřivených prostoročasných souřadnicích, např. šíření elektromagnetického pole v gravitačním poli černých děr).

Elektromagnetické pole a prostředí, v němž se šíří, lze modelovat různými matematickými metodami na základě jejich vlastností, které mohou do modelu vstupovat nebo naopak se v něm nevyskytovat. Podle vlastností elektromagnetického pole lze takové modely omezit na:

- tvar vlnoplochy (ideální případy: vlna rovinná, sférická, gaussovská, hermitovská, laguerrovská, besselovská),
- spektrální rozklad (monofrekvenční, multifrekvenční), započtení koherenčních a statistických vlastností pole.

Podle vlastností prostředí se lze zabývat šířením pole v prostředí, které může být:

- lineární, nelineární,
- izotropní, anizotropní,
- homogenní, nehomogenní,
- ztrátové, bezztrátové (dielektrické),

- pasivní, aktivní,
- magnetické, nemagnetické.

Výběr vhodné metody modelování také záleží na rozměrech prostředí vzhledem k vlnové délce a na rychlosti změn charakteristických časových a prostorových parametrů prostředí. Matematické řešení určující šíření pole v prostředí a jeho interakci s ním se neobejde bez znalosti počátečních a okrajových podmínek.

1.1 Výchozí předpoklady

Optická charakterizace tenkých vrstev ve své základní podobě předpokládá, že:

- Prostředí je lineární, po částech homogenní (vrstevnaté), anizotropní (s tenzory permitivity ϵ , permeability μ a vodivosti σ).
- Elektromagnetické pole je popsáno vektorovou vlnovou teorií vycházející z Maxwellových rovnic, které pro vektory (\mathbf{E} , \mathbf{H}) intenzity elektrického a magnetického pole a vektory (\mathbf{D} , \mathbf{B}) elektrické a magnetické indukce lze formulovat ve tvaru platném pro prostředí bez nábojových zdrojů ve tvaru

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0.$$

- Interakci elektromagnetického pole s látkou popisují materiálové vztahy:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}.$$

- Elektromagnetická vlna je rovinná a monofrekvenční, tj. platí předpoklad

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}(z) \exp [i (\omega t - (k_x x + k_y y))], \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{H}(z) \exp [i (\omega t - (k_x x + k_y y))]. \end{aligned} \quad (1)$$

2 Maxwellova-Berremanova rovnice

Směr dopadu rovinné elektromagnetické vlny necht' určují sférické souřadnice φ_0 a θ_0 . Tečné složky vlnového vektoru jsou

$$k_x = \frac{\omega}{c} n_0 c_x, \quad k_y = \frac{\omega}{c} n_0 c_y,$$

se směrovými kosiny

$$c_x = \cos \varphi_0 \sin \theta_0, \quad c_y = \sin \varphi_0 \sin \theta_0,$$

ω je úhlová frekvence světla, c rychlost světla ve vakuu, n_0 index lomu vnějšího prostředí (superstrátu), z něhož světlo na vrstevnaté prostředí dopadá, $\mathbf{r} = (x, y, z)$ polohový vektor, t čas. Pro tečné složky rovinné vlny (podélné složky jsou lineárními kombinacemi tečných složek) odvodíme z Maxwellových rovnic

$$\frac{d\Psi(z)}{dz} = -i \frac{\omega}{c} \mathbf{D} \Psi(z),$$

kde Berremanův vektor Ψ obsahuje tečné složky intenzity elektrického a magnetického pole kombinované do prvků se stejným fyzikálním rozměrem

$$\Psi(z) = \begin{pmatrix} \sqrt{\varepsilon_0} & E_x(z) \\ \sqrt{\mu_0} & H_y(z) \\ \sqrt{\varepsilon_0} & E_y(z) \\ -\sqrt{\mu_0} & H_x(z) \end{pmatrix} \quad (2)$$

a matice \mathbf{D} , nezávislá pro dané homogenní prostředí na prostorových souřadnicích, má prvky s obecně komplexními složkami tenzoru permitivity a

permeability

$$\begin{aligned}
D_{11} &= -\frac{c_x \varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}} - \frac{c_y \mu_{yz}}{\mu_{zz}}, \\
D_{12} &= -\frac{c_x^2 \varepsilon_0}{\varepsilon_{zz}} + \frac{\mu_{yy}}{\mu_0} - \frac{\mu_{yz} \mu_{zy}}{\mu_{zz} \mu_0}, \\
D_{13} &= -\frac{c_x \varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} + \frac{c_x \mu_{yz}}{\mu_{zz}}, \\
D_{14} &= -\frac{c_x c_y \varepsilon_0}{\varepsilon_{zz}} - \frac{\mu_{yx}}{\mu_0} + \frac{\mu_{yz} \mu_{zx}}{\mu_{zz} \mu_0}, \\
D_{21} &= -\frac{c_y^2 \mu_0}{\mu_{zz}} + \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_0} - \frac{\varepsilon_{xz} \varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz} \varepsilon_0}, \\
D_{22} &= -\frac{c_x \varepsilon_{xz}}{c_x \varepsilon_{xz}} - \frac{c_y \mu_{zy}}{c_y \mu_{zy}}, \\
D_{23} &= \frac{c_x c_y \mu_0}{\mu_{zz}} + \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_0} - \frac{\varepsilon_{xz} \varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz} \varepsilon_0}, \\
D_{24} &= \frac{c_y \mu_{zx}}{c_y \mu_{zx}} - \frac{c_y \varepsilon_{xz}}{c_y \varepsilon_{xz}}, \\
D_{31} &= \frac{\mu_{zz}}{c_y \mu_{xz}} - \frac{\varepsilon_{zz}}{c_y \varepsilon_{zx}}, \\
D_{32} &= -\frac{c_x c_y \varepsilon_0}{\varepsilon_{zz}} - \frac{\mu_{xy}}{\mu_0} + \frac{\mu_{xz} \mu_{zy}}{\mu_{zz} \mu_0}, \\
D_{33} &= -\frac{c_y \varepsilon_{zy}}{c_y \varepsilon_{zy}} - \frac{c_x \mu_{xz}}{c_x \mu_{xz}}, \\
D_{34} &= -\frac{c_y^2 \varepsilon_0}{\varepsilon_{zz}} + \frac{\mu_{xx}}{\mu_0} - \frac{\mu_{xz} \mu_{zx}}{\mu_{zz} \mu_0}, \\
D_{41} &= \frac{c_x c_y \mu_0}{\mu_{zz}} + \frac{\varepsilon_{yx}}{\varepsilon_0} - \frac{\varepsilon_{yz} \varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz} \varepsilon_0}, \\
D_{42} &= -\frac{\mu_{zz}}{c_x \varepsilon_{yz}} + \frac{\varepsilon_0}{c_x \mu_{zy}}, \\
D_{43} &= -\frac{c_x^2 \mu_0}{\mu_{zz}} + \frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_0} - \frac{\varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz} \varepsilon_0}, \\
D_{44} &= -\frac{\mu_{zz}}{c_y \varepsilon_{yz}} - \frac{c_x \mu_{zx}}{c_x \mu_{zx}}.
\end{aligned} \tag{3}$$

2.1 Řešení Maxwellovy-Berremanovy rovnice

Tečné složky pole lze z Maxwellovy-Berremanovy rovnice zjistit pro každou k -tou vrstvou, $k = 1, \dots, N$, rozkladem matice \mathbf{D} do součinu $\mathbf{D}_k = \mathbf{T}_k \mathbf{L}_k \mathbf{T}_k^{-1}$, kde \mathbf{T}_k je impedanční matice (obsahuje ve sloupcích vlastní vektory matice \mathbf{D}_k) a diagonální matice \mathbf{L}_k má vlastní čísla $\lambda_{k,j}$, $j = 1, \dots, 4$ ležící na diagonále matice \mathbf{D}_k . Pro transformaci tečných složek pole z jedné hranice tenké vrstvy na druhou pak dostaneme vztah

$$\mathbf{\Psi}_k = \mathbf{T}_k \exp\left(i \frac{\omega}{c} \mathbf{L}_k h_k\right) \mathbf{T}_k^{-1} \mathbf{\Psi}_{k+1} = \mathbf{M}_k \mathbf{\Psi}_{k+1}, \tag{4}$$

kde \mathbf{M}_k je tzv. interferenční matice, h_k je tloušťka vrstvy. Pro transformaci tečných složek pole celou soustavou tenkých vrstev využijeme podmínky jejich spojitosti na rozhraních, odkud platí následující transformační vztah mezi tečnými složkami pole na hranicích soustavy tenkých vrstev

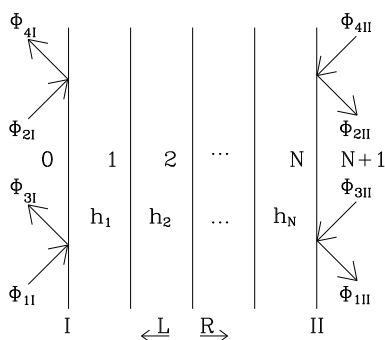
$$\mathbf{\Psi}_0 = \prod_{k=1}^N \mathbf{M}_k \mathbf{\Psi}_{N+1}. \tag{5}$$

2.2 Amplitudové odrazivosti a propustnosti

Admitanční matice substrátu \mathbf{T}_{N+1} a impedanční matice superstrátu \mathbf{T}_0^{-1} dovolují rozdělit celkové elektromagnetické pole na jednotlivé módy, kterými v případě izotropního prostředí jsou vlny šířící se opačnými směry příslušné s a p polarizacím. Transformaci těchto čtyř módů Φ_j soustavou tenkých vrstev popisuje přenosová matice ve tvaru

$$\begin{pmatrix} \Phi_{1I} \\ \Phi_{2I} \\ \Phi_{3I} \\ \Phi_{4I} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_0^{-1} \prod_{k=1}^N \mathbf{M}_k \mathbf{T}_{N+1} \begin{pmatrix} \Phi_{1II} \\ \Phi_{2II} \\ \Phi_{3II} \\ \Phi_{4II} \end{pmatrix} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} \Phi_{1II} \\ \Phi_{2II} \\ \Phi_{3II} \\ \Phi_{4II} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

s jejíž pomocí se definují amplitudové reflexe a transmise, celkem tedy 16 komplexních veličin podle *obr. 1*.



Obr. 1: Soustava N tenkých vrstev, označení módů

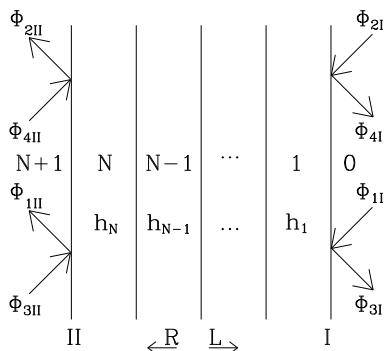
Například odrazivost 3. módu při dopadu 1. módu zleva se definuje

$$r_{13} = \frac{\Phi_{3I}}{\Phi_{1I}}, \quad \Phi_{4II} = \Phi_{3II} = \Phi_{2I} = 0. \quad (7)$$

Z osmi amplitudových odrazivostí a osmi propustností lze naopak jednoznačně rekonstruovat všechny prvky matice přenosu \mathbf{S} .

2.3 Princip reverzibility

Ne všechny odrazivosti a propustnosti jsou nezávislé, jak lze odhalit z principu reverzibility. Ten lze odvodit v různé podobě z ekvivalence původní



Obr. 2: Soustava N tenkých vrstev, označení módů v zrcadlově symetrické soustavě

soustavy se zrcadlově symetrickou soustavou (podle obr. 2), která musí vykazovat stejné příslušné amplitudové reflexe a transmise.

S uvážením vlastností inverzních interferenčních matic a porovnáním prvků matice přenosu jako funkce indexů $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_N)$, dostaneme

$$s_{11}(\mathbf{n}) = s_{22}^*(\mathbf{n}^*), \quad s_{12}(\mathbf{n}) = s_{21}^*(\mathbf{n}^*). \quad (8)$$

Je-li matice přenosu funkcí fázových tlouštěk vrstev $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)$, pak $\varphi_k = \frac{2\pi}{\lambda} h_k \sqrt{n_k^2 - (n_0 \sin \theta_0)^2}$,

$$s_{11}(\varphi) = s_{22}(-\varphi), \quad s_{12}(\varphi) = s_{21}(-\varphi). \quad (9)$$

Zjednodušení nastane v případě bezztrátových dielektrických vrstev, pro které

$$s_{11} = s_{22}^*, \quad s_{12} = s_{21}^*. \quad (10)$$

V případě bezztrátového prostředí se potom počet reálných parametrů sníží na 3 (neboť navíc $\det \mathbf{S} = Y_{N+1}/Y_0$) a matici přenosu lze skutečně vyjádřit pouze třemi reálnými čísly:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{Y_0/Y_{N+1}(1 - |r_R|^2) \exp(i\delta_t)}} \times \begin{pmatrix} 1 & -|r_R| \exp[i(2\delta_t - \delta_r + \pi)] \\ |r_R| \exp(i\delta_r) & \exp(i2\delta_t) \end{pmatrix},$$

kde

$$\begin{aligned} r_R &= |r_R| \exp(i\delta_r), \quad t_R = \sqrt{Y_0/Y_{N+1}(1 - |r_R|^2)} \exp(i\delta_t), \\ r_L &= |r_R| \exp[i(2\delta_t - \delta_r + \pi)], \quad t_L = Y_{N+1}/Y_0 t_R. \end{aligned}$$

Admittance prostředí jsou definovány jako poměry tečných složek intenzity magnetického a elektrického pole. Pro prostředí k -té izotropní vrstvy platí

$$Y_k = \frac{1}{Z_0} \begin{cases} \sqrt{n_k^2 - (n_0 \cos \theta_0)^2} & \text{pro } s \text{ polarizaci,} \\ \frac{n_k^2}{\sqrt{n_k^2 - (n_0 \cos \theta_0)^2}} & \text{pro } p \text{ polarizaci,} \end{cases} \quad (11)$$

$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ je impedance vakua spočtená z permitivity μ_0 a permeability ϵ_0 vakua.

Ekvivalentní vyjádření tohoto principu reverzibility ve tvaru platném pro bezztrátová prostředí je

$$\begin{aligned} r_R r_R^* + t_R t_L^* &= 1, \\ r_R t_R^* + t_R r_L^* &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Pro ztrátová prostředí s komplexními indexy lomu dostaneme formule s explicitním vyjádřením závislosti na indexech lomu nebo fázových tloušťkách vrstev

$$\begin{aligned} r_R(\mathbf{n}) r_R^*(\mathbf{n}^*) + t_R(\mathbf{n}) t_L^*(\mathbf{n}^*) &= 1, \\ r_R(\mathbf{n}) t_R^*(\mathbf{n}^*) + t_R(\mathbf{n}) r_L^*(\mathbf{n}^*) &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} r_R(\varphi) r_R(-\varphi) + t_R(\varphi) t_L(-\varphi) &= 1, \\ r_R(\varphi) t_R(-\varphi) + t_R(\varphi) r_L(-\varphi) &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Podobné výrazy lze odvodit ze stejného principu i pro anizotropní vrstevnaté systémy, například pro matici přenosu bezztrátových anizotropních vrstev platí

$$(\mathbf{SK})^* = \mathbf{KS}, \quad (15)$$

kde

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Vztahy pro izotropní vrstvy jsou zvláštním případem poslední relace.

2.4 Výkonové odrazivosti a propustnosti

Pro přenos výkonu (z něhož lze usuzovat na absorpci) soustavou tenkých vrstev jsou rozhodující normálové složky Poyntingova vektoru jednotlivých módů, jejichž střední časové hodnoty se vyjádří z tečných složek pole

$$\mathbf{P}_z(z) = \frac{c}{4} \mathbf{\Psi}^\dagger(z) \mathbf{S}_1 \mathbf{\Psi}(z), \quad (17)$$

kde matice

$$\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Pro každý mód $\alpha = 1, \dots, 4$ normálové složky Poyntingova vektoru elektromagnetického pole šířícího se prostředím superstrátu a substrátu platí

$$\begin{aligned} P_{z,\alpha I} &= \frac{c}{4} \Phi_{\alpha I}^\dagger \mathbf{T}_0^\dagger \mathbf{S}_1 \mathbf{T}_0 \Phi_{\alpha I}, \\ P_{z,\alpha II} &= \frac{c}{4} \Phi_{\alpha II}^\dagger \mathbf{T}_{N+1}^\dagger \mathbf{S}_1 \mathbf{T}_{N+1} \Phi_{\alpha II}. \end{aligned} \quad (19)$$

S využitím tohoto vztahu a ze znalosti transformace tečných složek pole jednotlivých módů lze definovat výkonové odrazivosti a propustnosti, tj. veličiny měřené kvadratickými detektory. Celkem získáme 16 reálných veličin, z nichž lze naopak sestavit matici \mathbf{N} přenášející normálové složky jednotlivých módů.

$$\begin{pmatrix} P_{z,1I} \\ P_{z,2I} \\ P_{z,3I} \\ P_{z,4I} \end{pmatrix} = \mathbf{N} \begin{pmatrix} P_{z,1II} \\ P_{z,2II} \\ P_{z,3II} \\ P_{z,4II} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

2.5 Tenké versus tlusté vrstvy

Ideální tenké vrstvy jsou teoreticky speciálním případem, kdy se výsledku měření intenzity světla (přesněji normálové složky Poyntingova vektoru) účastní dokonale interferující amplitudy všech vnitřně odražených vln. Druhým krajním případem jsou ideální tlusté vrstvy, kdy výsledek měření určuje součet intenzit dílčích odražených vln, neboť k interferenci vůbec

nedochází. V tomto případě transformaci normálových složek Poyntingova vektoru určuje diagonální matice s útlumovými faktory

$$U_j = \exp\left(-\frac{\omega}{c}|\operatorname{Im}(\lambda_j - \lambda_j^*)|h_j\right)$$

ve tvaru

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} \frac{1}{U_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{U_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_4 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

V případě kombinace střídajících se soustav tenkých a tlustých vrstev s maticemi přenosu normálových složek Poyntingova vektoru lze získat výsledné odrazivosti a propustnosti z celkové matice jakožto součinu matic přenosu normálových složek Poyntingova vektoru dílčích prostředí:

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_1 \mathbf{N}_2 \dots \mathbf{N}_{2p+1}. \quad (22)$$

Liché indexy zde označují soustavy tenkých vrstev, sudé indexy tlusté vrstvy. Každá z podsoustav může být také prázdná, $p + 1$ je počet soustav tenkých vrstev, p je počet tlustých vrstev:

2.6 Vrstvy v částečně koherentním světle

Při výpočtu makroskopických parametrů (odrazivosti a reflexí) lze v případě částečně koherentního světla vyjít z pojmu normalizované spektrální hustoty záření $g(\nu)$, ν je frekvence záření, což je funkce s vlastností

$$\int_0^\infty g(\nu) d\nu = 1. \quad (23)$$

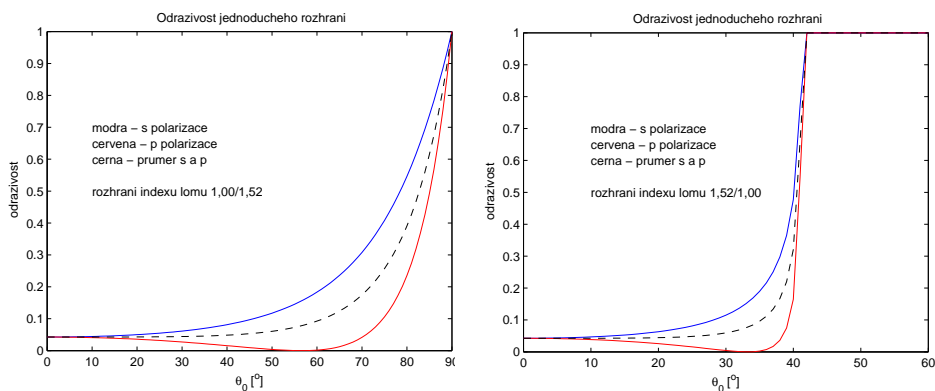
Například výslednou výkonovou odrazivost ρ měřenou detektorem spektrálně všude stejně citlivým lze pak počítat ze spektrálně závislých odrazivostí $\rho(\nu)$ váženým integrálem

$$\rho = \int_0^\infty g(\nu) \rho(\nu) d\nu. \quad (24)$$

Analytické výsledky lze najít v uzavřeném tvaru pro jednu vrstvu s využitím Fourierovy transformace spektrální hustoty záření na vzájemnou korelační funkci záření (Wienerův-Chinčinův teorém) pro záření s konečnou šířkou čáry lorentzovského nebo gaussovského tvaru nebo záření absolutně černého tělesa.

3 Příklady analýzy a syntézy

Na *obr. 3* je znázorněna odrazivost rozhraní dvou prostředí v závislosti na úhlu dopadu pro případ odrazu z prostředí opticky řidšího (vlevo) a z prostředí opticky hustšího (vpravo). Tři křivky se vztahují k s a p polarizačnímu stavu dopadající vlny a nepolarizovanému světlu. V druhém případě nastává pro úhly dopadu větší než je úhel totální reflexe.

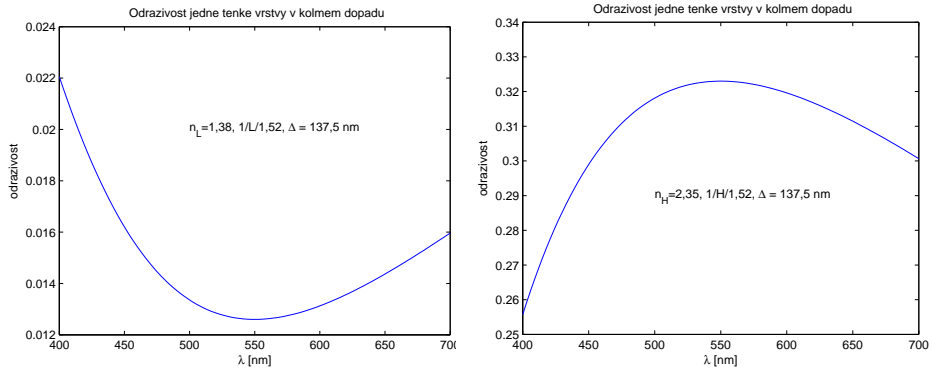


Obr. 3: Odrazivost rozhraní dvou izotropních materiálů v závislosti na úhlu dopadu

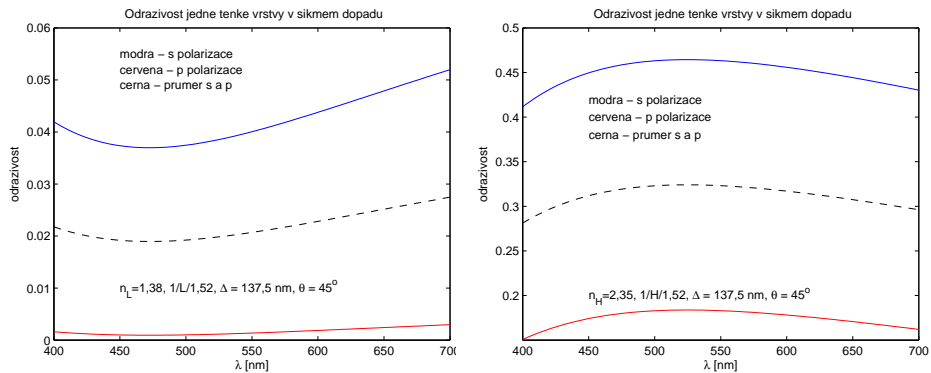
Účinek jedné tenké vrstvy na odrazivost v závislosti na vlnové délce znázorňuje *obr. 4*. Vlevo velikost indexu lomu vrstvy leží mezi indexy lomu substrátu a superstrátu a takové impedanční přizpůsobení snižuje odrazivost pod hodnotu odrazivosti pouhého substrátu, na rozdíl od situace vpravo, kdy naopak dochází ke zvýšení odrazivosti. Optická tloušťka vrstvy je uvedena v násobcích jednotkové optické tloušťky Δ .

Tenká vrstva v šikmém dopadu má podobné chování, avšak rozštěpené podle orientace vektoru intenzity elektrického pole vzhledem k rovině dopadu, jak ukazuje *obr. 5*. Lze pozorovat, že p polarizovaná vlna vykazuje v celém rozsahu vlnových délek nižší odrazivost.

K získání nulové reflexe na jedné vlnové délce dvěma vrstvami s určitými indexy lomu potřebujeme spočítat vhodné tloušťky vrstev. V takovém případě existují dvě řešení, jak ukazuje *obr. 6* vlevo, z nichž jedno má poněkud plošší průběh odrazivosti na vlnové délce. Vpravo je výsledek optimalizace soustavy dvou vrstev s požadavkem na co nejmenší odrazivost v širší oblasti viditelné části spektra.



Obr. 4: Spektrální odrazivost jedné tenké vrstvy

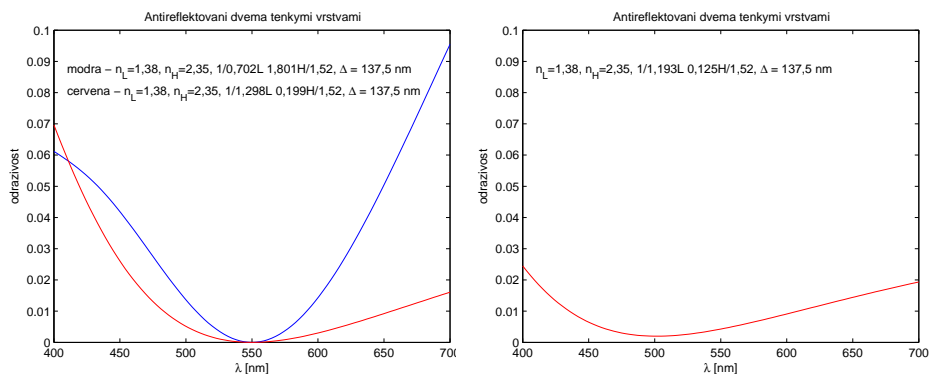


Obr. 5: Spektrální odrazivost tenké vrstvy v šikmém dopadu

S pomocí tří různých materiálů lze získat protiodraznou soustavu s daleko plošším a širším pásmem nízké odrazivosti, jak znázorňuje *obr. 7*. Ideální třetí křivka s hodnotami odrazivosti hluboko pod jednou desetinou procenta se týká soustavy tří $\lambda/4$ vrstev s indexy lomu (technologicky zpravidla nedostupnými) zajišťujícími co nejplošší průběh odrazivosti v okolí zvolené pracovní vlnové délky.

Periodické soustavy tenkých vrstev, střídající v nejjednodušším případě dva materiály s různými indexy lomu, vykazují (podobně jako všechna periodická prostředí) zakázané pásmo, to je v optické oblasti pásmo zvýšené odrazivosti, jak lze vidět z *obr. 8* pro soustavu vrstev, jejichž optické tloušťky jsou všechny $\lambda/4$.

Tento teoretický výsledek lze numericky (obvykle metodou nejmenších



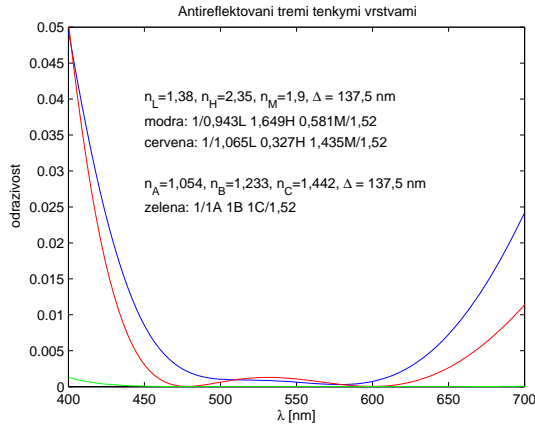
Obr. 6: Spektrální odrazivost dvou antireflekujících vrstev

čtverců) optimalizovat tak, aby byla vyhlazena boční maxima, jejichž počet je úměrný počtu vrstev. Příklad spektrální odrazivost takto vyhlazeného filtru ukazuje *obr. 9*. Zobrazená soustava má složení (relativní optické tloušťky vrstev jsou v násobcích jednotkové optické tloušťky 136,3636 nm): 1/0,614L 1,829H 0,150L 0,423H 1,655L 0,225H 1,729L 0,230H 1,720L 0,247H 1,704L 0,266H 1,692L 0,291H 1,683L 0,298H 1,680L 0,295H 1,681L 0,297H 1,677L 0,306H 1,674L 0,307H 1,680L 0,295H 1,690L 0,280H 1,704L 0,274H 1,722L 0,265H 1,742L 0,246H 1,777L 0,211H 1,815L 0,166H 1,848L 0,149H 1,630L/1,52, indexy lomu vrstev $n_L = 1,38$ a $n_H = 2,35$ a podložky $n_s = 1,52$.

4 Metody syntézy tenkých vrstev

Pro syntézu soustav tenkých vrstev lze především využít:

- vkládání $\lambda/2$ vrstev a tzv. buffer vrstev souvisejících s vnitřní anti-reflexí, které nemění makroskopické parametry na pracovní vlnové délce, avšak mění je v jejím okolí,
- Herpinova teoremu o ekvivalenci symetrické soustavy tenkých vrstev s jednou vrstvou s efektivním indexem lomu a efektivní fázovou tloušťkou,
- analytických výsledků teorie (např. antirefektování jednou vrstvou, dvěma vrstvami, procedura výpočtu maximálně ploché antireflexe,



Obr. 7: Spektrální odrazivost tří antireflekujících vrstev, srovnání s maximálně plochou antireflexí

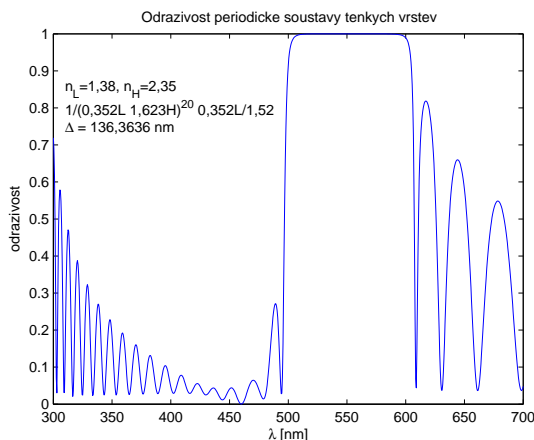
formule pro šířku pásma a velikost potlačené propustnosti periodické soustavy tenkých vrstev apod.),

- aproximativních rozvojų (Furmanův rozvoj aj.),
- numerických metod, včetně optimalizačních metod vesměs založených na hledání minima cílové funkce více proměnných (simplexová metoda, Levenbergův-Marquardtův algoritmus, metoda konjugovaného gradientu, metoda proměnné metriky, Newtonova metoda tečných hyperploch, evoluční a genetické algoritmy aj.)

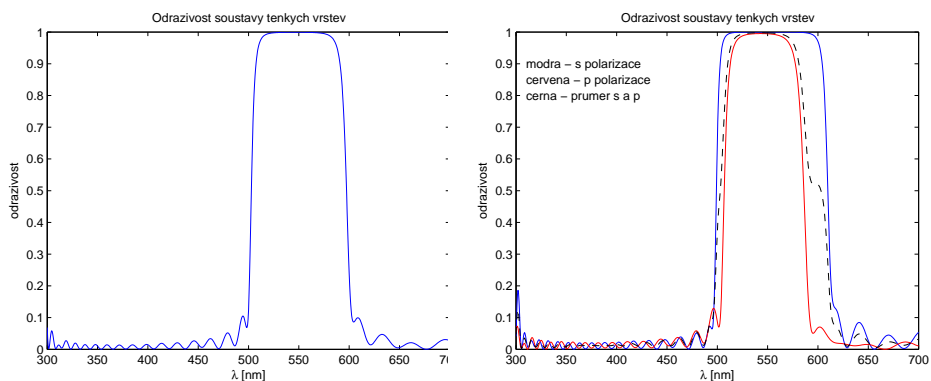
5 Souhrn

V příspěvku je naznačeno, jak

- počítat amplitudové a výkonové odrazivosti a propustnosti libovolné soustavy tenkých a tlustých vrstev v obecném případě anizotropních prostředí,
- princip reverzibility omezuje počet volných parametrů (zvláště soustavám složeným z dielektrických materiálů) pro jednoznačné určení měřitelných makroskopických veličin,



Obr. 8: Spektrální odrazivost periodické soustavy tenkých vrstev



Obr. 9: Spektrální odrazivost numericky vyhlazeného filtru

- se projeví interference částečně koherentního světla na měřených makroskopických parametrech.

Bylo uvedeno několik příkladů aplikace teorie na

- antirefektování jednou a více vrstvami, včetně maximálně plochých antireflexí,
- návrh vysoce odrazných vrstev s potlačenými bočními maximy odrazivosti

a nakonec byly v heslovité podobě naznačeny některé přístupy k syntéze soustav tenkých vrstev.

Literatura

- [1] Knittl Z.: *Optics of thin films*, John Wiley & Sons, London – New York – Sydney – Toronto 1976.
- [2] Křepelka J.: *Optika tenkých vrstev*, Univerzita Palackého v Olomouci, 1993